

تعمیم معادلات میدان نسبیت عام برای محاسبه دوره تناوب اسپین محوری

سیارات و اقمار سیاره ای در مدار

محمدزاده، اکبر^۱

^۱دانشگاه جامع علمی کاربردی اردبیل

چکیده

رابطه خمیدگی فضا زمان نسبیتی حول کره خورشید در معادلات میدان البرت اینشتین مورد محاسبه قرار گرفته و داده های رصدخانه ای آنرا تایید کرده است. خمیدگی فضا زمان برای مدار سیاره تیر و حرکت حضیض سیاره در قرن به همراه میزان خمیدگی که سر ارتور ادینگتون در کسوف ۱۹۱۹ آنرا مورد سنجش قرار داد. این رابطه را به عنوان مبنا برای محاسبه خط کش های ژئودزیک مدار سیاره ای اگر بکار ببریم منحنی مسیر، سقوط آزاد سیارات در میدان جاذبه بدست می آید. در یک میدان جاذبه ستاره عضو رشته اصلی مثل خورشید و در فواصل دور خط کش ها به حدی بزرگ و خمیدگی کم می شود که می توان براحتی از مکانیک نیوتنی استفاده کرد. فاصله ای که اثر کشندی ستاره مرکزی یا سیاره مادر باعث بروز گسیختگی جسم مادی می گردد حد روشه می نامند. یک ماهواره یا ایستگاه فضایی یا سفینه فضایی و مدول مدارگرد همیشه بصورت قفل شده حول سیاره یا خورشید می گردد. می توان تغییر اندازه حرکت زاویه ای را برای مدول مدارگردی که می خواهد از شتاب قلاب سنگی سیاره استفاده کند سنجید. در مجموع هنگامی که جسم بصورت قفل شده حول ستاره یا سیاره مرکزی می چرخد در فضا زمان باخمیدگی بیشتر قرار گرفته است.

کلمات کلیدی: خمیدگی ژئودزیک، فضای ریمانی، تناوب مداری سیاره، اسپین محوری سیاره

Theoretical calculations on the case spinning period of bodies In Gravity Field

Mohammadzade, Akbar¹

¹Iran University Of applied Science And Technology

Abstract

Always at the scientific references specially in cosmogonic subjects we used to present and give some statistical data tables containing self axis rotation periods of planets and satellites and moons without any theoretical analysis or generalized formula give relation between considerable and measurable parameters. Our analyze and discussion for obtain useful results in dynamic of rotating bodies and with dividing gravity field to three parts, such parts geodesic curvature manifold will be formulated, this is an establishment and midway report it will be fully updated and completed, and it is because of saving my ideas in

PACS. No 96.60.vg

مقدمه :

معادلات میدان نسبیت عام، برای محاسبه میزان خمیدگی فضا زمان حول جرم آسمانی در اثر گرانش را براساس جرم آن و فاصله و ثابت جهانی گرانش بدست می دهد. پتانسیل میدان گرانش، تانسور تنش، مومنتوم و انرژی را در فواصل مختلف تعریف می کند که در فواصل نزدیک به مرکز میدان و در ستارگان پرجرم خط کش های تعریف کننده رویه ریمانی میدان گرانش کوتاهتر و میدان خمیده تر از فواصل دور و میدانهای ضعیف هستند. این معادلات بعد از ارائه آن برای محاسبه انحراف نور در کنار خورشید، محاسبه حوضیض مداری سیاره تیر و محاسبات سیاه چاله ها، محاسبه حد چاندراشکار و پیش بینی سیاه چاله های چرخان توسط کر- نیومان و عدسی های گرانشی، محاسبه امواج گرانشی، پتانسیل زمانی و کند کار کردن ساعتها در میدان گرانشی همچنین انبساط عالم بکار برده شدند.

اساس تئوری با اصل موضوع هم ارزی جرم گرانشی و جرم جبری و هم ارز بودن شتاب گرانشی با شتاب حاصل از نیرو پایه گذاری شده طی قرن گذشته آزمونهای متعددی را پشت سر گذاشته است. همچنین قضیه میدان گرانشی پوسته کروی نیوتن و قضیه بیرکهف که اشاره می کند به اینکه ذره ای که در داخل پوسته غشایی قرار گرفته اثر میدان گرانشی پوسته بر آن صفر است، در آن صادق می باشد. در همین راستا باید به پرسش کننده حق داد که آیا معادلات میدان توان ارائه نتایج سه قانون کپلر را دارد؟ ما به این پرسش یک مفهوم دیگر را اضافه کرده ایم، آیا معادلات میدان در نسبیت عام توان محاسبه اسپین محوری سیارات را دارد؟ تعمیم معادلات یاد شده به مشخصات مدار سیارات و پتانسیل تویسی برای محاسبه سرعت و دوره تناوب مداری آنها، پیش بینی مدارهای مقاطع مخروطی اجرام و سایر محاسبات کمتر مورد توجه قرار گرفته است و اصلی ترین دلیل آن حذف جملات نسبیتی از معادله در فواصل دور تر از مرکز و در اجرام کم جرم

بدلیل مخرج بسیار بزرگ کسر (توان دوم سرعت نور) و تبدیل شدن معادله به روابط میدان مکانیک کلاسیک بوده است.

حرکت تقدیمی حضيض مدار سیاره تیر در یک قرن قابل توجه است، این انحراف تقدیمی برای زهره مقدار چند ثانیه قوسی در ۵۰۰ سال می باشد. در بسیاری از حل های معادلات اینشتین جهت ارجح میدان در نظر گرفته نشده است. این بازه تحقیق را بنده می خواهم در دو جهت پیش ببرم، موضوع اول حرکت وضعی خود جرم آسمانی و تشکیل دیسک سیاره ای، و موضوع دوم اسپین مداری سیارات در میدان گرانشی

برقراری پتانسیل مداری در تمام جهات حول جرم مرکزی، نتایج کاملا انتزاعی و ریاضی را حاصل می کند، تفاوتی که در مدارات سیاره ای حول ستاره مرکزی، ستارگان حول مرکز کهکشان و اعمار دور سیاره داریم، ویژگی خاص صفحه عمود بر محور قطبی ستاره و استفاده از آن برای بدست آوردن بردار نرمال، ویژه مقادیر و در این پژوهش اسپین مداری خواهد بود. در اصل چرخش فوق العاده سریع ستارگانه نوترونی در انفجار ابرنواخترها، تشکیل جت ویرانگر تابش گاما و چرخش سیاهچاله کر-نیومان، حول محور قطبی صورت می گیرد. برقرار بودن میدان در جهت ارجح برای بسط معادلات به این دو حوزه که تاکنون کار نشده است، تبدیل معادلات میدان در دیسک سیاره ای که قاعدتا با کمی خطا (مثلا ۷ درجه در خورشید) بر بردار نرمال مار بر قطب ستاره عمود است.

می توان برای ادامه تحلیل فرض های آسان سازی را به فرضیات و داده های اولیه افزود. برای مثال:

- ۱- فضا زمان خمیده ناشی از میدان گرانشی را صرفا در دیسک سیاره ای بررسی می کنیم
- ۲- دیسک سیاره ای همیشه صفحه ای است مار بر استوای ستاره
- ۳- چرخش ستاره حول محور قطبی که بردار نرمال صفحه سیارات هست
- ۴- چرخش ها در میدان بطور نرمال از قانون دست راست تبعیت می کنند
- ۵- ممان اینرسی و گشتاور ناشی از جرم و فاصله اجرام حول ستاره مرکزی تابع قانون پایستگی می باشد. این نحوه برخورد با قضیه محاسبات را از حالت انتزاعی و صرفا ریاضی خارج می کند و کاربردی تر به موضوع می پردازد. بخاطر اینکه تا حد کهکشانها می توان این دیسک مار بر استوای جرم مرکزی را بسط داد حتی شاید خوشه ها هم مرکز گرانی داشته بر روی صفحه ای مار بر نقطه گرانیگاه قرار گرفته باشند که نیازمند تحقیق است. و شواهد تجربی مورد نیاز است.

پایستگی حول محور مار بر قطبین ستاره مرکزی شاید ما را به حل معمای ماده تاریک رهنمود باشد. اینکه چرا دیسک سیاره ای پدید آمده و در دیسک سیاره ای سیارات تناوب یا زاویه خود نسبت به دایره البروج به چه نحوی بدست آورده اند همه به زمان و فرایند تشکیل جرم آسمانی مربوط می شود. همچنین اتفاقات ثانویه ای را می توان برشمرد که در تغییر سرعت زاویه ای سیاره نقش دارند. بنا به نظریه ای که

بنده در سال ۲۰۱۲ دادم، زمان تناوب سیاره مشتری به نحو محسوسی باید افزایش یابد و یک ماموریت فضایی یا یک پروژه دقیق رصد خانه ای برای اندازه گیری این تغییر مثلا برای یک قرن را می توان برای ملموس شدن محاسبات مورد بررسی قرار داد.

در این کار پژوهشی سعی ما بر این بوده است بدون توجه به داده های آماری و اعداد و ارقام رصد خانه ای روشی برای فرمول بندی نظری اسپین تناوبی سیارات در میدان گرانشی به صورت قدر مطلق و با ارائه محاسبات تئوریک ارائه دهیم. با توجه به اینکه در اکثر نظریه هادینامیک اجرام در میدان گرانشی همیشه بشکل ذره مدل شده گردش وضعی آنها در محاسبات نیامده است. این پژوهش با هدف فرمول بندی عمومی زاویه ی چرخش سیاره با توجه به معادلات فضا زمان و در یک محیط میدان برداری برخی قضایا و اصول اولیه را برای کارهای نظری کاملتر معرفی می نماید بنا به گستردگی و مولتی پارامتر بودن موضوع و انحراف معیار های بزرگ در داده های رصد خانه ای که حاصل تاثیر عوامل ثانویه در چرخش سیارات می باشد، مجبور هستیم کار نظری را در یک فضای محض ریاضی پیش ببریم. حاصل آن در گزارش پژوهشی ارائه جداول پرید زمانی مطلق و مقایسه آن با پرید واقعی سیاره می باشد.

به ازای هر میدان سه وجهی خمیدگی گاوسی میدان در مسیرهای ژئودزیک در توپولوژی فضا زمان پیرامون جرم گرانشی توسط فیزیک دانان طی قرن گذشته فرمول بندی و بسط یافته است هم به طریق شرایط کوشی ریمان و هم به شکل ایزو متریک خصوصیات ذاتی میدان بر دینامیک اعضای میدان از قضایا و معادلات موجود قابل تعیین است در یک رویه ی ایزومتریک حاصل از خمیدگی فضا زمان در اطراف جرم گرانشی هرچه از مبدا دور تر میشویم طول خط کش ها افزایش میابد و فضا با قضایای هندسی اقلیدسی و یک فضای مجانباً تخت قابل اتحاد خواهد بود. بر اساس قضیه ی همیلتن هر گونه جابه جایی بین دو نقطه ترجیحا در کوتاه ترین مسیر انجام میگردد بر اساس اصل هم ارزی جرم گرانشی و جرم اینرسی مسیر حرکت سقوط آزاد اجسام و مدار سیارات به صورت خم واقع در رویه ی هندسی و ژئودزیک صورت میگردد که در آن ایزومتری ها با شتاب ثابت می باشند در نتیجه ژئودزیک ها جزء تغییر ناپذیر ایزو متریک میباشند شتاب ذاتی خم گاوسی در میدان چهار بعدی فضا زمان همان مولفه ی مماس شتاب اقلیدسی آن بوده بدین سان اعضای منظومه سیاره ای و خانواده ی اجزاء قمر های یک سیاره به صورت سقوط آزاد و در حالت بی وزنی حول ستاره و یا سیاره مادر چرخش میکنند. مولفه های شتاب در مختصات متعامد توابعی با مقدار حقیقی نوشته میشود. برای پیدا کردن ارتباط منطقی بین دینامیک جسم در میدان گرانشی، منهای سینماتیک ذره معادلات میدان را باید به ابعاد جرم تحت اثر میدان گرانشی بسط دهیم. این موضوع دینامیکی که برابر داده های رصدی اسپین اجرام یاد شه را بدست می دهد کمتر مورد توجه قرار گرفته است، موردی که می توان برای

اسپین سیستم های دوتایی حل کرده با فرمول بندی آن سراغ مسائل بفرنجی مثل چرخش رتروگرید زهره رفت.

سیارات می توانند بصورت قفل شده (دوره تناوب برابر با سال نجومی) یا با سرعت بیشتر از مدت زمان سال نجومی یا بسیار کمتر از آن داشته باشند. کره ماه تنها قمر زمین بصورت قفل شده دور کره زمین و معادل مدت زمان آن بدور خود می چرخد لذا ما یک وجه ماه را همه شب مشاهده می کنیم. در همین وجه کره ماه با برخی اقمار منظومه شمسی مشابه است.

ناحیه بندی رویه ی خمیده در میدان گرانشی

جهت تعیین دوره ی تناوب حرکت وضعی به منظور دست یابی به یک رابطه نظری قابل تعمیم به حالت کلی، ابتدا سیاره ای را در نظر می گیریم با جرم ثابت که در فواصل معینی از مرکز میدان گرانشی ستاره مرکزی قرار می گیرد. به لحاظ نظری، هرگاه بدون در نظر گرفتن مشخصات خود جرم آسمانی، چنانچه جسم مسیر سقوط آزاد یا مدار سیاره ای را طی می کند مقدار سرعت زاویه ای محور قطبی آن به اندازه تغییر زاویه ای مسیر ژئودزیک خواهد بود. می خواهیم نشان دهیم بدون دخالت دادن شعاع و چگالی و جرم سیاره و یانسبت جرم جسم مرکزی و آن، سرعت زاویه ای یاد شده در نتیجه دوره تناوب گردش جسم بدور خود به چه اندازه خواهد بود.

اگر فرض کنیم چرخش زاویه ای اجرام سماوی حاصل گشتاور زاویه ای حاصل از بارش مواد در حین تشکیل آن بوده و تغییر نکرده، محاسبات نظری ما را به ارقام تجربی و آنچه که ما در عالم واقعی مشاهده می کنیم نزدیک نخواهد کرد. بنابراین فرض می کنیم یک جرم متوزع فضایی وارد میدان گرانشی جرم متوزع گرانشی دیگر می شود. در این حالت خصوصیات اکتسابی دو جرم از جمله گشتاور زاویه ای حاصل از بارش ذرات در حین تشکیل یا تشکیل جسم بشکل گلوله برفی را که در چرخش آن بدور خود دخیل بوده کنار می گذاریم.

همینطور آزمایشات را نیز با این فلسفه جلو خواهیم برد آنچه مسلم است ماهواره ها و سفاین فضایی ساخته دست بشر از ابعاد بزرگی برخوردار نیستند اما کیس استادی زیادی برای بررسی وجود دارند مثلا سفینه فضایی که برای گرفتن شتاب قلاب سنگی وارد مدار حول یکی از سیارات می شود ابعاد آن به قدری کوچک است که همی شه در حالت تایدال لوک دوران زاویه ای از خود بروز خواهد داد اما ابعاد سیارکها و دنباله دارها قابل ملاحظه می باشد. بخصوص دنباله دارها سیستم هایی هستند که فرض می شود از یک فضای متوزع وارد منظومه شمسی و دیسک سیارات شده اند.

فضا زمان خمیده ناشی از میدان گرانشی در دیسک سیاره ای - اکبر محمد زاده

دنباله دارها بعنوان آزمون این محاسبات نظری به ما بسیار کمک خواهند کرد.

در مکانیک نیوتونی و هامیلتونی پرتابه ای که از ارتفاع معین بصورت مماس بردایره هم مرکز با جسم M شلیک شده یکی از دو حالت را خواهد داشت، بسته به سرعت و ارتفاع پرتاب، یا مسیری را طی می کند که کره مرکزی را قطع کرده بر روی آن سقوط می کند یا سرعت و ارتفاع آن از سطح به اندازه ای است که در یک مدار مشخص دور جرم اصلی می گردد.

مختصات قطبی پرتابه نسبت به مرکز ستاره را دایر می کنیم. در این حالت شعاع حامل جسم و مجانب ژئودزیک دو بردار متعامد خواهند بود. در حالت سقوط بر روی ستاره مرکزی خط کش ها در نزدیکی مرکز یعنی محل برخورد کوتاه تر خواهند بود. معادله دیفرانسیل فاصله بین دو نقطه برای ژئودزیک یاد شده طبق رابطه اینشتین - دوستیه

$$\text{Einstein Dustier: } ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2 \rightarrow u^2 = -c^2 t^2$$

$$u = -ict \text{ تابع موهومی}$$

فاصله بین دو نقطه در یک فضای چهار بعدی با تانسور اصلی به شکل $g_{ik} dx_i dx_k$ بنا بر این :

$$ds^2 = \sum_{i,k}^4 g_{ik} dx_i dx_k$$

تانژانت محور مار بر مرکز سرعت پرتابه را بدست خواهد داد. آهنگ سرعت زاویه ای عبارت خواهد بود از تغییر جهت بردار مجانب مسیر. این بردار با مبدا مرکز پرتابه و در راستای شعاع استوایی آن خواهد بود.

هرچند یک جرم کوچک در حال گردش بدور جرم بزرگ مانند ماه دور زمین حول محور مار بر استوای خود می لنگد. اما بطور تقریبی می توان از این خروج از مرکزیت در مقابل ابعاد نجومی و شعاع مدارها چشم پوشی کرد. کره ماه بعنوان نمونه قمر سیاره ای بصورت قفل شده دور زمین می گردد به نحوی که در هر ماه یک بار به دور خودش می گردد. و ما از روی کره زمین همیشه یک طرف آنرا مشاهده می کنیم.

برای تعیین کوتاهترین مسیر روی یک رویه هندسی بیان می کنیم که به ازای هر دو نقطه p, q یک قطعه خم مستقیم که از هر خم دیگری که این دو نقطه را بهم وصل می کند کوتاه تر است. ممکن است کوتاه ترین مسیر بین دو نقطه بر روی رویه یکتا نباشد. به عنوان مثال بی شمار خم کوتاه قطب شمال و قطب جنوب یک کره را بهم وصل می کند.

در حالت کلی می گوئیم هنگامی که کوتاهترین قطعه خم از p به q است و $\rho(p, q)$ و $L(\alpha)$

شرایط تراز مندی جسمی که محور چرخش دارد

ذره ای تراز مند است که برآیند تمام نیروهای وارد بر آن صفر باشد بدیهی است یک سیاره یا قمر در شرایطی که به دور مرکز گرانش در حال گردش هست، شرایط تراز مندی آن برقرار شده است به عبارتی یا در حالت تعادل مورد نظر به جسم مرکزی قفل شده یا در حال چرخش با تناوب ثابت می باشد تا زمانی که این نیروها در حالت تعادل هستند یا مورد شتاب یا سرعت دهنده ای پیدا نشده جرم فضایی با زمان تناوب بسیار دقیق چرخش خواهد کرد، به طور مثال کره زمین با دوره تناوب ۲۳ ساعت و ۵۶ دقیقه و ۲۴ ثانیه بدور خود می چرخد.

$$A = 0.9850 \rightarrow \text{minutes } 0.94 \times 60 = 56/4$$

هر جسم آسمانی که حداقل 10^{22} کیلوگرم جرم داشته باشد به لحاظ خود گرانشی به شمول کروی درمی آید اجرامی مثل فوبوس و دیموس توان گرانشی لازم را برای تبدیل شدن به شکل کروی نداشته اند. در حین اینکه جرم مورد نظر همزمان هم بشکل کروی در می آید و هم تعادل خود را حفظ می کند قاعدتا باید سرعت چرخش تناوبی آن تعیین گردد که تحلیل ما نشان می دهد اگر سرعت زاویه ای اقمار و سیارات اگر از این طریق تعیین گردد، محاسبه آن بسیار پیچیده خواهد بود. تراز مندی را برای جسمی که ازادانه در هر راستایی حرکت می کند بدست آوریم تراز مندی برای چنین اجسامی در صورتی برقرار می شود که جمع برداری تمام نیروهای وارده بر جسم برابر صفر باشد.

بر اساس قانون دست راست، جسمی که به آن گشتاور وارد می شود بصورت پاد ساعتگرد خواهد چرخید، جسم در حال تراز مندی به اندازه بی نهایت کوچک زاویه $\Delta\alpha$ می چرخاند انرژی پتانسیل آن تغییر نمیکنند با برقرار نمودن قانون کار، جسمی که دارای محور چرخش و در حالت تراز مندی هست جمع جبری تمام گشتاور های نیرو نسبت به این محور برابر صفر باشد.

بر اساس قانون بنیادی دینامیک و (پایستگی اندازه حرکت زاویه ای) اندازه حرکت زاویه ای برابر حاصلضرب گشتاور لختی در سرعت زاویه ای بوده شکل کروی توپردارای گشتاور لختی متناسب با توان چهارم شعاع آن می باشد.

می دانیم که خورشید و سیارات سیستم بسته ای را تشکیل می دهند که در آن قانون پایستگی اندازه حرکت زاویه ای معتبر است.

فضا زمان خمیده ناشی از میدان گرانشی در دیسک سیاره ای - اکبر محمد زاده

بر همین اساس قوانین کپلر در کل مجموعه برقرار است و سرعت زاویه ای سیارات در مدار بیضی شکل با افزایش فاصله کاهش می یابد. نتیجه قانون پایستگی در تقارن فضا - زمان و همسانگردی جهان به خوبی نمایان می گردد. براساس قضیه اول نیوتن جسمی که درون یک پوسته کروی حاوی ماده قرار گرفته هیچ نیروی گرانشی از طرف پوسته تحمل نمی کند.

در میدان گرانشی معین، سه ناحیه برای اجرامی که بواسطه خود گرانشی شکل گرفته اند قابل تعریف است. اول ناحیه ای که بواسطه چگالی جرم آسمانی، نزدیکتر یا به عبارتی مدار کوتاه تری را طی میکند این فاصله را حد روچ یا حد روزه می نامند.

فاصله دوم عبارتست از مدار بیست و چهار ساعت به عبارتی مداری که دوره تناوب آن با دوره تناوب زمین برابر است. و محدوده تاییدال لوک، ناحیه با فاصله زیاد که اسپین سیاره را شرایط بوجود می آورد. برای خورشید مدار همزمانی از نسبت فاصله و دوره تناوب کپلر قابل استخراج است، به عبارتی مداری که در آن سیاره هر ۲۷ روز یک بار دور خورشید می گردد.

ثابت کپلر برای سیارات منظومه شمسی از عبارت $P^2 = K r^3$

چنین بدست می آید $\rightarrow k=0.0003$ پس

$R=2.6 \times 10^5 \text{ km}$ این به معنی آنست که خورشید ما خیلی کند می چرخد و این فاصله داخل کره خورشید

می افتد.

سیاره تیر در محدوده ای قرار گرفته که یک سال آن یک و نیم روز است پس اگر تیر در ۰,۴ واحد نجومی، پرید تناوبی یک و نیم دارد، محدوده تاییدال لوک خورشید ۰,۲۶ واحد نجومی معادل ۰,۴ میلیون کیلومتر از مرکز خورشید. می باشد.

معادله خم میدان گرانشی خورشید در آزمایش ادینگتون و محاسبه انحراف حضيض مداری سیاره تیر

دقت خود را نشان داده بنابر این ژئودزیک مدار سیارات با رابطه $\frac{4\pi^2 r^3}{G(m_1+m_2)}$

$$\frac{d^2u}{d\theta^2} = -u - \frac{mk}{l^2} - 3 \frac{mku^2}{c^2}$$

$$N = \frac{6\pi GM}{lc^2}$$

برای پرتو نور که از لبه خورشید می گذرد ژئودزیک زمان گرنه زاویه خمیدگی را بارابطه $\frac{4GM}{c^2 R} = \alpha$ به ما می دهد.

فضا زمان خمیده ناشی از میدان گرانشی در دیسک سیاره ای- اکبر محمد زاده

سینماتیک ذره در فضای ریمانی مورد نظر به دقت و بسیار مورد محاسبه قرار گرفته است . اما دینامیک آن بخصوص بحث چرخش جزئی تمایل به این دارد که جرم را در حرکت پیرامون مرکز حوال محور خود نیز دوران دارد.

مرجع ها

۱.اونیل . بارت .هندسه دیفرانسیل .مرکز نشر دانشگاهی

۲.هارویت ،مارتین "مبانی اختر فیزیک "ترجمه سعید عطارد ودکتر بهرام خالصه ،انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد۱۳۸۷.

[3] A. Mohammadzade "A case study on the effects of solar wind and solar CNO cycle on the formation of Jovian planets and comets" the general science journal no. 4000

4.M .G. Calkin "Lagrangian and Hamiltonian Mechanics" Dalhousie university published by world scientific 1998

[5]Zeilik,Michael "introductory, astronomy and astrophysics, 4thed 1998

فضا زمان خمیده ناشی از میدان گرانشی در دیسک سیاره ای - اکبر محمد زاده