the general science journal

La Matière Noire Galactique Comme Nécessité Relativiste

Nicolas Poupart, Chercheur Indépendant (2016)
12269 rue Lévis, Mirabel, Québec, Canada (J7J 0A6)
(450) 939-2167
nicolas.poupart@yahoo.fr

Introduction

Depuis le postulat de l'existence d'une matière noire (masse noire) galactique par Vera Rubin pour expliquer la platitude des courbes de rotation galactique[1,2,3], aucune explication convaincante sur la nature de cette masse noire ne fut apportée. Les tentatives pour expliquer cette masse manquante par une forme invisible de matière baryonique ordinaire fut en grande partie réfutée par les programmes MACHO[4], EROS[5] et AGAPE[6], il en est de même pour les explications utilisant de la matière non-baryonique ordinaire. Les nombreuses tentatives de détection d'une forme de particule exotique, pouvant expliquer cette masse manquante, se sont également toutes soldées par un échec. De même, le nouvel accélérateur du CERN semble confirmer que la physique se limite au modèle standard et l'existence d'une particule exotique est de moins en moins probable[7,8,9].

Il semble également extrêmement difficile, voir impossible, d'expliquer ce phénomène avec la théorie de la gravitation actuelle soit la gravitation de Newton (GN) ou la relativité générale (RG). Une alternative consiste à modifier la gravitation[10,11] de manière à adapter celle-ci au changement de régime au niveau galactique. Par contre, un tel projet se butte à la prodigieuse adéquation de la RG à la réalité phénoménologique[12,13] et à l'existence physique de la matière noire[14,15].

L'explication proposée dans le présent article est de nature entièrement différente. La masse noire n'est pas une forme de matière réelle quelconque, elle n'est pas non plus un épiphénomène causé par la gravitation. La masse noire est en fait une conséquence nécessaire de la mécanique relativiste (MR) soit de la combinaison de la mécanique classique (MC) et de la relativité restreinte (RR). Il sera démontré que cette masse relativiste est nécessaire si un corps comme une galaxie peut physiquement s'effondrer dans une boule compacte. Cette explication fait abstraction des forces de la physique et est donc une explication purement mécanique.

L'existence d'un état de boule compacte

Le théorème du rayon limite de Schwarzschild se dérive simplement de GN et du postulat de la vitesse de la lumière comme vitesse limite. En effet, il suffit de poser que la vitesse de libération $V = \sqrt{(2GM/Rs)}$ est égale à c ce qui donne $Rs = 2GM/c^2$. Il est également connu que la RG permet de dériver la même équation.

L'axiome fondamental de notre démonstration est qu'une galaxie puisse se contracter en une boule compacte possédant un rayon proportionnel à la masse soit $R_\alpha = \alpha M$. La seule contrainte est que le rayon R_α soit beaucoup plus petit que celui de la galaxie compactée, ce qui limite le choix de α. Pour simplifier les calculs par la suite, nous poserons $\beta = \alpha\, c^2/2$ et donc $R_\alpha = 2\beta M/c^2$ **[D1]**.

Nous considérerons deux modèles pour la dynamique de cette boule compacte soit : 1) la boule rigide en rotation relativiste à vitesse angulaire constante $v(r) = \omega r$ et 2) la boule d'énergie homogène à vitesse linéaire constante $\omega(r) = v/r$. La boule rigide nécessite l'existence d'une force de liaison, inexistante en MR seule, alors qu'une simple force de frottement produirait une homogénéisation des vitesses.

Dans le cas de la boule rigide, le spin est défini comme $a = \omega/\omega_{max}$ et dans le cas de la boule d'énergie homogène $a = \omega(r)/\omega_{max}(r)$. La valeur du spin est une constante et en posant $\omega = \omega(R)$ et $\omega_{max} = \omega_{max}(R)$ alors dans les deux cas $a = \omega(r)/\omega_{max}(r) = \omega(R)/\omega_{max}(R) = \omega/\omega_{max}$.

L'énergie et le moment cinétique de la boule en rotation relativiste

Commençons par calculer la masse M d'une boule rigide de rayon R en rotation relativiste autours d'un axe central. Soit $\rho(r)$ la masse volumique relativiste à la distance r de l'axe de rotation et ρ_0 la masse volumique inerte sur l'axe de rotation (aucune dilatation relativiste de la masse). La masse volumique relativiste est $\rho(r) = \rho_0/\sqrt{[1-v(r)^2/c^2]}$. La hauteur du cylindre élémentaire à la distance r de l'axe de rotation est $h(r) = 2\sqrt{[R^2-r^2]}$ et son volume est donnée par $V(r) = 2\pi rh(r)\ dr$.

On a donc, en tenant compte de la variation relativiste de la masse en intégrant de 0 à R : $M = \int \rho(r)\ V(r) = \int \rho(r)\ 2\pi rh(r)\ dr = 2\pi\rho_0R^2 \int 2\sqrt{[R^2-r^2]}/\sqrt{[1-v(r)^2/c^2]}\ d[r^2/2R^2] = 2\pi\rho_0R^3 \int \sqrt{[1-r^2/R^2]}/\sqrt{[1-v(r)^2/c^2]}\ d[r^2/R^2]$.

1) Dans le cas où la boule est rigide et tourne à la vitesse angulaire constante $\omega_{max} = c/R$ (vitesse maximale à l'équateur) nous avons $M = 2\pi\rho_0R^3 \int \sqrt{[1-r^2/R^2]}/\sqrt{[1-(r\omega_{max})^2/c^2]}\ d[r^2/R^2] = 2\pi\rho_0R^3 \int \sqrt{[1-r^2/R^2]}/\sqrt{[1-c^2r^2/c^2R^2]}\ d[r^2/R^2] = 2\pi\rho_0R^3 \int d[r^2/R^2] = 2\pi\rho_0R^3$. Donc $M = 2\pi\rho_0R^3$ **[L1]**. Puisque $M_0 = 4\pi\rho_0R^3/3$ (masse volumique par le volume de la boule) alors $M = 3M_0/2$. Le gain d'énergie $M_r = M-M_0$ lorsque $a = 1$ est donc au maximum $M_r = M_0/2$ **[T1]**.

2) Dans le cas où la boule est d'énergie homogène et tourne à la vitesse linéaire constante $v = r\omega(r)$ nous avons $M = 2\pi\rho_0R^3 \int \sqrt{[1-r^2/R^2]}/\sqrt{[1-(r\omega(r))^2/(r\omega_{max}(r))^2]}\ d[r^2/R^2] = 2\pi\rho_0R^3/\sqrt{(1-a^2)} \int \sqrt{(1-r^2/R^2)}\ d[r^2/R^2] = 4\pi\rho_0R^3/\sqrt{(1-a^2)} \int r\sqrt{(1-r^2/R^2)}/R^2\ dr = 4\pi\rho_0R^3/3\sqrt{(1-a^2)}$ **[L2]**. Puisque que $M_0 = 4\pi\rho_0R^3/3$ (masse volumique par le volume de la boule) alors $M = M_0/\sqrt{(1-a^2)}$. Le gain d'énergie $M_h = M-M_0 = M_0(1/\sqrt{(1-a^2)}-1)$ **[T2]** tend donc vers l'infini avec le spin de la boule ($a = 1$) et est nul pour un spin nul ($a = 0$).

Il est maintenant possible de calculer le moment d'inertie relativiste de la boule : $I = \int r^2\ dm = \int r^2\rho(r)\ V(r) = \int r^2\rho(r)\ 2\pi rh(r)\ dr = 2\pi\rho_0R^4 \int 2\sqrt{[R^2-r^2]}/[1-v(r)^2/c^2]\ d[r^4/4R^4] = \pi\rho_0R^5 \int \sqrt{[1-r^2/R^2]}/\sqrt{[1-v(r)^2/c^2]}\ d[r^4/R^4]$.

1) Dans le cas où la boule est rigide et tourne à la vitesse angulaire constante $\omega_{max} = c/R$ (vitesse maximale à l'équateur) nous avons $I = \pi\rho_0R^5 \int \sqrt{[1-r^2/R^2]}/\sqrt{[1-(r\omega_{max})^2/c^2]}\ d[r^4/R^4] = \pi\rho_0R^5 \int \sqrt{[1-r^2/R^2]}/\sqrt{[1-c^2r^2/c^2R^2]}\ d[r^4/R^4] = \pi\rho_0R^5$. Donc $I = \pi\rho_0R^5$ et par [L1] $I_r = ½MR^2$.

2) Dans le cas où la boule est d'énergie homogène et tourne à la vitesse linéaire constante $v = r\omega(r)$ nous avons $I = \pi\rho_0R^5 \int \sqrt{[1-r^2/R^2]}/\sqrt{[1-(r\omega(r))^2/(r\omega_{max}(r))^2]}\ d[r^4/R^4] = \pi\rho_0R^5/\sqrt{(1-a^2)} \int \sqrt{(1-r^2/R^2)}\ d[r^4/R^4] = \pi\rho_0R^5/\sqrt{(1-a^2)} \int 4r^3\sqrt{(1-r^2/R^2)}/R^4 = 8\pi\rho_0R^5/15\sqrt{(1-a^2)}$. Donc $I = 8\pi\rho_0R^5/15\sqrt{(1-a^2)}$ et par [L2] $I_r = 2MR^2/5$.

Le moment cinétique relativiste de la boule rigide tournant à la vitesse maximale est donc donné par $J_r = I_r\omega = ½MR^2\omega$ **[T3]**, ce qui n'est pas très différent du moment non-relativiste $J = 3MR^2\omega/5$. Notre calcul n'est pas ici exact car J_r devrait donc varier de $3MR^2\omega/5$ pour un spin de $a = 0$ à $½MR^2\omega$ pour un spin de $a = 1$. Le moment cinétique relativiste de la boule rigide d'énergie homogène est quant à lui $J_h = I_h\omega = 2MR^2\omega/5$ **[T4]**, ce calcul est par contre exact.

La production de masse noire

Posons une boule rigide en rotation relativiste possédant un rayon R_α donc par [T3] $J = I\omega = \frac{1}{2}MR_\alpha{}^2\omega$ **[L3]**. Puisque $a = \omega/\omega_{max}$ et $\omega_{max} = c/R_\alpha$ alors $\omega = ac/R_\alpha$ et par [L3] $J = \frac{1}{2}acMR_\alpha$ **[L4]**. Par [D1] et [L4] nous obtenons $J_{br} = a\beta M^2/c$ **[T5]**, ce qui est exactement le moment cinétique calculé[16] par Kerr si $\beta = G$. Ainsi, le moment d'inertie du trou noir de Kerr, indépendamment de son spin, est celui d'une boule rigide dont la surface tourne à la vitesse de la lumière. En reprenant le même calcul avec la boule d'énergie homogène on obtient par [T4] et [D1] $J_{bh} = 4a\beta M^2/5c = 4J_{br}/5$ **[T6]**.

Pour pratiquement tous les corps rigides $I = \varphi MR^2$ tel que φ est une constante caractérisant la forme du corps : φ = 1 pour l'anneau, φ = 1/2 pour le disque, φ = 2/3 pour la sphère et φ = 3/5 pour la boule. Puisque $\omega = V/R$, il en découle que $J_\varphi = I\omega = (\varphi MR^2)(V/R) = \varphi MRV$ **[T7]**.

Si un tel corps se compacte dans une boule possédant le rayon R_α alors par [T5] $J_f = a\beta M^2/c$ et par [T7] $J_i = \varphi MRV$. Par conséquent, par la conservation du moment cinétique $J_i = J_f$ et donc $a = \varphi RVc/\beta M$. Pourtant, si on utilise comme valeurs celles de la Voie lactée[17,18] $R = 3.3\times10^{20}$, $V = 2.2\times10^5$, $M = 2\times10^{42}$ et $\varphi = 1$ et $\beta = G$ nous obtenons un spin de $a = 262$, ce qui n'est pas une valeur admise car $a \in [0,1]$. En fait, il faudrait modifier d'un ordre de grandeur au moins trois paramètres pour obtenir une valeur possible. Pire, il faudrait multiplier par un facteur la masse M pour s'approcher d'une valeur admise alors que celle-ci est la masse totale comprenant déjà la masse noire.

Notre calcul est incorrect car la boule finale et la galaxie initiale ne sont pas dans le même repère galiléen. En effet, la masse de J_i est en fait la masse baryonique seule alors que la masse de J_f est la masse totale dilatée par la vitesse relativiste produite par la rotation. Par conséquent, pour conserver la masse-énergie identique de l'état initial à l'état final, il faut contracter celle de l'état final. Il s'agit très exactement d'un changement de référentiel galiléen relativiste nécessitant l'introduction d'un facteur de Lorentz. Puisque l'unité du moment cinétique est le kg×m²/s alors $\gamma^2 = J_i/J_f$ car $\gamma^2 = (1/\gamma)\text{kg}\times(\gamma^2)\text{m}^2/(1/\gamma)\text{s}$ ceci permet d'écrire $\gamma^2 = J_i/J_f = \varphi RVc/a\beta M$ **[T8]** et d'obtenir en posant $\varphi = a = 1$ et $\beta = G$ $\gamma = M/M_0 \approx 16$. Ce qui est beaucoup plus que la dilatation maximale de $M = 3M_0/2$ par [T1], nous devons en conclure que la boule compacte n'est pas rigide.

En reprenant le même calcul pour la boule d'énergie homogène on obtient par [T6] et [T7] $\gamma^2 = J_i/J_f = 5\varphi RVc/4a\beta M$ **[T9]** et en posant $\varphi = a = 1$ et $\beta = G$ on obtient pour la Voie-lactée $\gamma = M/M_0 \approx 18$. Ce qui est, ici, une valeur d'énergie admise par [T2].

Pour obtenir une meilleure approximation, il est possible de modéliser une galaxie spirale par un disque de densité surfacique σ_0 homogène de masse $M = \sigma_0\pi R^2$. Il est par la suite possible de diviser ce disque en anneaux de masses $m(r) = \sigma_0 2\pi r\, dr$, de moments d'inertie $I(r) = m(r)\, r^2$ et de moments cinétiques $J(\mathrm{r}) = I(r)\,\omega(r)$ avec $\omega(r) = V/r$ soit une vitesse de rotation constante pour tout le disque. En intégrant $J(r)$ de 0 à R nous obtenons $J = 2MRV/3$, donc par [T7] $\varphi = 2/3$ ce qui donne avec les valeurs de la Voie lactée appliquées à [T8] $\gamma = M/M_0 \approx 13$ ou $\gamma = M/M_0 \approx 15$ en utilisant [T9].

Si on compare l'équation de la boule rigide $a\gamma^2 = \varphi RVc/\beta M$ avec celle de la boule d'énergie homogène $a\gamma^2 = 5\varphi RVc/4\beta M$ on s'aperçoit qu'il s'agit pratiquement de la même équation à un petit facteur multiplicatif près. Puisque l'équation du moment cinétique de la boule rigide est identique à celle obtenue en utilisant le trou noir de Kerr, celle-ci sera favorisée. Par contre, pour ne pas contredire la valeur des énergies par la limite de la boule rigide, nous utiliserons l'énergie de la boule homogène $a\gamma^2 = \varphi RVc/\beta M$ et $\gamma = M/M_0 = 1/\sqrt{(1-a^2)}$ **[T10]**.

La relation de Tully-Fisher baryonique

En utilisant [T10] et $\beta = G$ alors $a\gamma^2 = \varphi RVc/GM,$ le rayon R étant le rayon maximal de la galaxie, V la vitesse de rotation linéaire à la bordure et M la masse galactique totale, il est possible d'appliquer le théorème du viriel[19] $M = 2V^2R/G$. En posant $a \approx 1$, il est ainsi possible d'obtenir $\gamma^2 = (M/M_0)^2 \approx \varphi RVc/GM$ puis $8V^5R^2/M_0^2 \approx \varphi cG^2$ en appliquant le viriel et donc $V^5 \approx \varphi cG^2(M_0^2/8R^2)$. En modélisant simplement la galaxie par un disque d'épaisseur e et de densité homogène σ_0, nous obtenons $M_0 = \pi\sigma_0 eR^2$ soit $R^2 = M_0 /\pi\sigma_0 e$ par conséquent $V^5 \approx M_0\,(\pi\sigma_0 e)(\varphi cG^2/8)$ ce qui implique une relation du type $M_0 \propto V^5$. Par contre, ce calcul néglige le coefficient $(\pi\sigma_0 e)$ auquel il ne manque que la multiplication par R^2 pour obtenir M_0. Posons $e = R/b$ alors $M_0 = \pi\sigma_0(R^3/b)$ **[L5]** et donc $\ln(M_0) = \ln(\pi\sigma_0/b)+3\ln(R)$ **[L6]**, par conséquent, en posant $M_0^\kappa = \pi\sigma_0(R/b)$ alors $\kappa = [\ln(\pi\sigma_0/b) + \ln(R)]/\ln(M_0)$ ce qui permet d'obtenir $\kappa = [\ln(\pi\sigma_0/b) + \ln(R)]/[\ln(\pi\sigma_0/b) + 3\ln(R)]$ par [L5] et [L6]. Puisque $\pi\sigma_0/b$ est dans l'ordre de 10^{-2} et R dans l'ordre de 10^{20} alors $\kappa \approx 1/3$ et par conséquent $V^5 \approx M_0^{4/3}(\varphi cG^2/8)$ ce qui implique une relation du type $M_0 \propto V^{3.75}$. Cette relation est en accord parfait avec la loi de Tully-Fisher baryonique[20] $V^{3.5} \propto M_0 \propto V^4$ et il est par conséquent possible de dériver cette loi sans modifier la gravitation de Newton[21] ou la relativité générale.

Discussion sur le déterminisme mécanique

Puisqu'une galaxie peut se contracter en boule compacte possédant une grande quantité d'énergie cinétique et que cette énergie se retrouve, par la relativité, sous forme de masse-énergie, il faut se poser la question d'où provient cette énergie. Par la conservation de l'énergie, si cette énergie ne provient pas d'une source extérieure au système, elle doit pré-exister dans la galaxie avant sa compactification. Ainsi, il doit donc exister une quantité phénoménale d'énergie sous forme de masse-énergie dans la galaxie. Si la cause de la compactification est la gravitation alors puisqu'il s'agit bien d'une force interne au système, cette énergie doit se trouver quelque-part dans le champ d'énergie gravitationnelle.

Le problème dans notre explication est que la masse énergie se retrouvant dans un système dépend d'un destin potentiel. En effet, si le destin d'un système est de ne pas s'effondrer en trou noir car il ne possède pas la masse critique[22] de Chandrachekar, il devrait produire beaucoup moins de masse noire. Comment les autres forces interagissent avec la gravitation pour contrôler cette production de masse est, pour l'instant, un mystère.

Prédiction théorique

Puisqu'une galaxie se trouve à être un repère galiléen comparable à un corps à vitesse constante, la transformation de Lorentz classique de composition des vitesses devrait donc être utilisée. Ceci entraîne par conséquent un décalage de la fréquence de la lumière d'une galaxie émettrice de radiation à une galaxie réceptrice de cette radiation. Ce décalage intrinsèque est distinct du décalage gravitationnel.

Ainsi, d'une galaxie émettrice de radiation $1/\gamma_e = M_{0e}/M_e$ à une galaxie réceptrice de la radiation $1/\gamma_r = M_{0r}/M_r$, il est possible de tirer les équivalents vitesses $v_e = c\sqrt{(1\text{-}1/\gamma_e^2)}$ et $v_r = c\sqrt{(1\text{-}1/\gamma_r^2)}$ pouvant se composer en $v = (v_r - v_e)/[1+(v_rv_e/c^2)]$ ce qui donne un décalage $z \approx \sqrt{[(1+v/c)/(1-v/c)]} - 1$. Ce phénomène peut entraîner pour la Voie lactée des décalages intrinsèques compris entre $z \approx -1\%$ et $z \approx 8\%$. Ce décalage devrait affecter le décalage vers le rouge mais également la mesure des phénomènes réguliers comme les pulsars (dilatation et contraction du temps).

La relation de Tully-Fisher est la plus importante mesure secondaire de mesures de distances d'un large ensemble de galaxies spirales, elle possède une influence notable sur le calcul classique (par création d'échelles de distances) de la constante de Hubble et des erreurs persistent de façon inexplicable[23]. Russell (2005)[24,25] après une analyse exhaustive conclu à un décalage vers le rouge intrinsèque pouvant excéder 5000 km/s et une tendance nette aux décalages vers le rouge plus important que les décalages vers le bleu. Le résultat de cette analyse est en parfait accord avec notre prédiction.

Conclusion

Les résultats obtenus ne sont que de simples conséquences de l'application de la mécanique relativiste (MR) au problème de la contraction d'un corps de taille galactique en une boule possédant le rayon de Schwarzschild, aucune autre hypothèse sur la nature de la gravitation ne fut utilisée. Un premier résultat surprenant est que le moment cinétique relativiste d'une boule rigide, possédant le rayon de Schwarzschild, est strictement celui calculé par Kerr en utilisant la relativité générale (GR). Il faut donc conclure que, d'un point de vue strictement mécanique, le moment d'inertie d'un trou noir est identique à celui d'une boule rigide tournant à vitesse maximale et que son énergie est probablement celle d'une boule d'énergie homogène.

Le second résultat obtenu est que l'énergie cinétique de rotation d'une boule résultant de la compactification d'un système de taille galactique est énorme, plus de treize fois sa propre masse dans le cas de la Voie lactée. Si ce phénomène de compactification peut se produire bel et bien par la seule force interne de la gravitation, sans aucun apport d'énergie extérieur au système alors, par la loi de la conservation de l'énergie, cette énergie existe bel et bien quelque part dans le système avant la compactification. Puisque ce surplus d'énergie ne peut être stocké de façon mécanique dans la galaxie, il s'agit nécessairement d'énergie stocké dans le champ gravitationnel. Ce surplus d'énergie permet de dériver parfaitement la relation de Tully-Fisher et se corrèle ainsi aux quantités de matière (masse) noire galactiques. Tout ceci permet d'affirmer que cette conséquence mécanique nécessaire est bien la cause de la matière noire galactique.

Le troisième résultat obtenu est une conséquence du fait que sans apport énergétique extérieur, le système est dans le même référentiel galiléen avant et après la compactification. Par conséquent, un phénomène de décalage intrinsèque devrait survenir entre galaxies émettrices et réceptrices de radiation. Cette prédiction expérimentale nouvelle, permettant de calculer précisément ce décalage à partir de la masse noire galactique, offre une possibilité de réfutation expérimentale de cette théorie. Il faut remarquer que si cette théorie s'avère fausse, il faudra fortement se questionner sur la consistance de la mécanique relativiste.

1 V. Cooper Rubin, W. K. Ford, Jr. (1970), *Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions*, Astrophysical Journal 159: 379
2 V. Cooper Rubin, W. K. Ford, Jr., Jr., N. Thonnard (1980), *Rotational Properties of 21 Sc Galaxies with a Large Range of Luminosities and Radii from NGC 4605 (R=4kpc) to UGC 2885 (R=122kpc)*, Astrophysical Journal 238: 471
3 V. Cooper Rubin, W. K. Ford, Jr., Jr., N. Thonnard, D. Burstein (1985), *Rotation Velocities of 16 Sa Galaxies and a Comparison of Sa, Sb, and Sc Rotation Properties*, Astrophysical Journal 289: 81
4 C. Alcock et al. (2000), *The MACHO Project: Microlensing Results from 5.7 Years of LMC Observations,* Astrophysical Journal, Volume 542 p.281-307
5 P. Tisserand et al. (2007), *Limits on the Macho Content of the Galactic Halo from the EROS-2 Survey of the Magellanic Clouds*, Astronomy & Astrophysics, Volume 469, p.387-404
6 P. Gondolo, R. Ansari, M. Auriere, P. Baillon, A. Bouquet, G. Coupinot, Ch. Coutures, C. Ghesquiere, Y. Giraud-Heraud, J. Hecquet, J. Kaplan, Y. Le Du, A.L. Melchior, M. Moniez, J.P. Picat, G. Soucail (1995), *AGAPE: a Microlensing Search for Dark Matter by Monitoring Pixels*, arXiv:astro-ph/9610010
7 N. Wolchover (2012), Supersymmetry Fails Test, Forcing Physics to Seek New Ideas, Scientific American
8 D.S. Akerib (Case Western Reserve U. & KIPAC, Menlo Park & SLAC) et al. (2016), *Results from a search for dark matter in the complete LUX exposure*, e-Print: arXiv:1608.07648 [astro-ph.CO]
9 S. McGaugh, F. Lelli, J. Schombert (2016), *The Radial Acceleration Relation in Rotationally Supported Galaxies*, eprint arXiv:1609.05917, Accepted for publication in Physical Review Letters
10 M. Milgrom (1983), *A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis*, Astrophysic Journal, Volume 270, p.365–370.
11 J. D. Bekenstein (2004), *Relativistic gravitation theory for the modified Newtonian dynamics paradigm*, Physical Review D, 70 (8): 083509, arXiv:astro-ph/0403694
12 P. Zhang, M. Liguori, R. Bean, S. Dodelson (2007), *Probing Gravity at Cosmological Scales by Measurements which Test the Relationship between Gravitational Lensing and Matter Overdensity*, Physical Review Letters, 99 (14): 141302, arXiv:0704.1932
13 R. Reyes, R. Mandelbaum, U. Seljak, T. Baldauf, J.E. Gunn, L. Lombriser, R.E. Smith (2010), *Confirmation of general relativity on large scales from weak lensing and galaxy velocities*, Nature, 464 (7286): 256–258, arXiv:1003.2185
14 N.E. Mavromatos, M. Sakellariadou, M.F. Yusaf (2009), *Can TeVeS avoid Dark Matter on galactic scales*?, Physical Review D, 79 (8): 081301, arXiv:0901.3932
15 D. Clowe, M. Bradač, A.H. Gonzalez, M. Markevitch, S.W. Randall, C. Jones, D. Zaritsky (2006), *A Direct Empirical Proof of the Existence of Dark Matter*, The Astrophysical Journal Letters, 648 (2): L109, arXiv:astro-ph/0608407
16 R. Kerr (1963), *Gravitational field of a spinning mass as an example of algebraically special metrics*, Physical Review Letters, Volume 11, Number 5, p.237–238.
17 P. J., McMillan (2011), *Mass models of the Milky Way*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 414 (3): 2446–2457. arXiv:1102.4340. Bibcode:2011MNRAS.414.2446M. doi:10.1111/j.1365-2966.2011.18564.x.
18 P.R. Kafle, S. Sharma, G.F. Lewis, J. Bland-Hawthorn (2012), *Kinematics of the Stellar Halo and the Mass Distribution of the Milky Way Using Blue Horizontal Branch Stars*, The Astrophysical Journal 761 (2): 17. doi:10.1088/0004-637X/761/2/98.
19 G.W. Collins (1978), *The Virial Theorem in Stellar Astrophysics*, Pachart Press
20 S. Torres-Flores, B. Epinat, P. Amram, H. Plana, C. Mendes de Oliveira (2011), *GHASP: an Hα kinematic survey of spiral and irregular galaxies -- IX. The NIR, stellar and baryonic Tully-Fisher relations*, arXiv:1106.0505.
21 S. McGaugh (2011), *The Baryonic Tully-Fisher Relation of Gas-Rich Galaxies as a Test of ΛCDM and MOND*, ApJ, arXiv:1107.2934.
22 S. Chandrasekhar (1931), *The Maximum Mass of Ideal White Dwarfs*, Astrophysical Journal, Volume 74, p. 81–82.
23 E. Conover (2016), *Debate accelerates on universe's expansion speed*, ScienceNews
24 D.G. Russell (2005), *Intrinsic Redshifts and the Tully–Fisher Distance Scale*, Astrophysique Space Science, 299: 405. doi:10.1007/s10509-005-3426-2, Springer Link.
25 D.G. Russell (2005), *Further Evidence for Intrinsic Redshifts in Normal Spiral Galaxies*, arXiv:astro-ph/0503440